

# Der Konstruktionsbericht

Philipp Gressly Freimann

11. November 2016

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundkonstruktionen (G1, G2, G3)</b>	<b>2</b>
2.1	G1: Punkte wählen (Bleistift) . . . . .	3
2.2	G2: Geraden ziehen (Lineal) . . . . .	4
2.3	G3: Kreise (Zirkel) . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Abgeleitete Konstruktionen</b>	<b>6</b>
3.1	A1: Strecken übertragen . . . . .	6
3.2	A2: Winkel übertragen . . . . .	7
3.3	A3: Die Mittelsenkrechte (MSR) . . . . .	8
3.4	A4: Die Winkelhalbierende . . . . .	9
3.5	A5: Lot . . . . .	10
3.6	A6: Parallele zu einer Geraden . . . . .	11
3.7	A7: Parallele zu einer Geraden im Abstand einer Strecke . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Beispiele und Anwendungen</b>	<b>13</b>
4.1	B1: Dreieck aus drei gegebenen Seiten . . . . .	13
4.2	B2: Tangente an einen Kreis . . . . .	14

## 1 Einleitung

Als ich zur Schule ging, konnte ich zwar mehr oder weniger gute Konstruktionsberichte schreiben, aber ich hatte immer ein ungutes Gefühl dabei, weil ich nie **exakt** wusste, was mit einem “Konstruktionsbericht” gemeint war.

Dieser kleine Artikel soll genau Auskunft geben, was im Konstruktionsbericht stehen soll und darf. Mit den Definitionen aus diesem Artikel sollen Schüler bzw. Lehrer in der Lage sein, zu entscheiden bzw. zu erklären, warum etwas in einem Konstruktionsbericht fehlt, oder allenfalls etwas zu viel ist.

Falls eine Aufgabe mehrere Lösungen hat, werde ich das lediglich in den Bemerkungen erwähnen, damit ich die Definition des **Konstruktionsberichtes** übersichtlich gestalten kann.

## 2 Grundkonstruktionen (G1, G2, G3)

Der Begriff **Konstruktion** steht kurz für *geometrische Konstruktion in einer Ebene mit Bleistift, Lineal und Zirkel*.

**Definition:** Konstruktion

Eine **Konstruktion** ist eine Folge, die aus den drei Grundkonstruktionsschritten

- a) Punkte bezeichnen,
- b) Geraden ziehen und
- c) Kreise zeichnen

besteht. Dabei kann jede Grundkonstruktion mehrmals auftreten. Eine Konstruktion spielt sich immer in einer wohldefinierten (Zeichnungs-) Ebene ab.

**Definition:** Konstruktionsbericht

Ein **Konstruktionsbericht** ist das Protokoll der Grundkonstruktionen, die für die Konstruktion nötig sind.

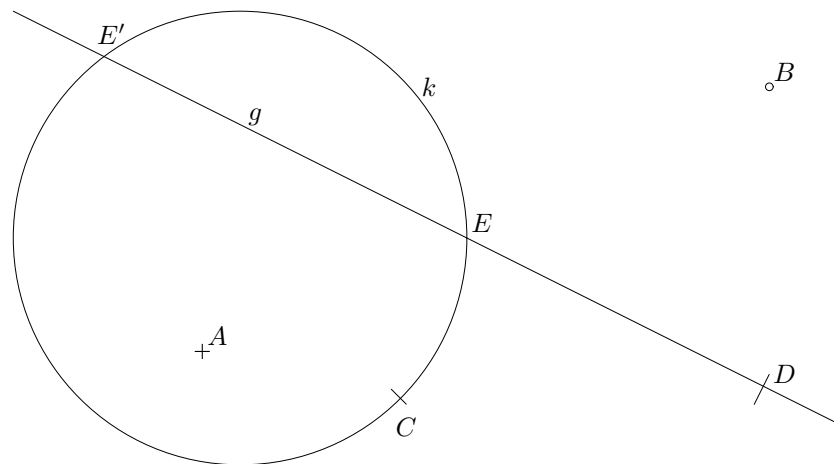
Wie im nächsten Kapitel (3 auf Seite 6) gezeigt wird, dürfen häufig verwendete Abfolgen von Grundkonstruktionen im Konstruktionsbericht zusammengefasst werden. Später werden sehr häufig verwendete abgeleiteten Konstruktionen auch im Bericht stehen (wie z. B. die *Mittelsenkrechte*).

Die drei Grundkonstruktionen sind übrigens einfach zu merken, denn zu jeder gehört ein Zeichnungsgerät:

- Zum *Punkte wählen* gehört der **Bleistift**,
- zum *Ziehen von Geraden und Strecken* gehört das **Lineal** und
- das *Konstruieren von Kreisen* geschieht mit dem **Zirkel**.

## 2.1 G1: Punkte wählen (Bleistift)

**Gegeben:** evtl. Kreise, Geraden  
**Gesucht:** Punkte  
**Im Bericht:**  $A$  wählen  
 $B$  wählen  
 $C$  auf  $k$  wählen  
 $D$  auf  $g$  wählen  
 $E, E' :=$  Schnittpunkte von  $g$  und  $k$   
 $E, E' := g \cap k$   
**Sprich:** "Wähle einen Punkt."  
"Bezeichne einen Punkt."



**Bemerkung 1** Punkte in der Ebene werden durch ein Kreuz ( $A$ ) beziehungsweise einen möglichst kleinen Kreisring dargestellt ( $B$ ). Für Kreismittelpunkte wird oft der kleine Kreisring verwendet, da die Einstichstelle des Zirkels genauer gesehen werden kann. Punkte auf Linien (Geraden oder Kreislinien) werden durch kurze senkrechte Striche markiert ( $C$  und  $D$ ). Schnittpunkte werden nur mit einem Buchstaben versehen ( $E$  und  $E'$ ).

**Bemerkung 2** Alle Punkte werden mit **Großbuchstaben** gekennzeichnet. Alle Linien (Kreise und Geraden) erhalten **Kleinbuchstaben**.

## 2.2 G2: Geraden ziehen (Lineal)

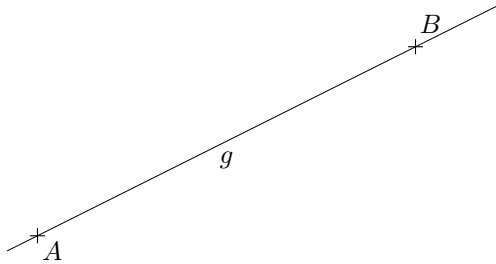
**Gegeben:** zwei Punkte ( $A$  und  $B$ )

**Gesucht:** Gerade  $g$  durch  $A$  und  $B$

**Im Bericht:**  $A$  und  $B$  verbinden (oder verlängern)

$g := AB$

**Sprich:** "lege eine Gerade durch zwei gegebene Punkte"



**Bemerkung 1**  $AB$  bezeichnet die Gerade  $g$ .  $\overline{AB}$  bezeichnet die Strecke von  $A$  bis  $B$ .

**Bemerkung 2** In manchen Lehrbüchern wird auch das *Wählen einer Geraden* als Grundkonstruktion erwähnt. Wenn wir jedoch zwei Punkte frei wählen dürfen, kann die Wahl einer Geraden auch auf die Wahl von zwei Punkten (Grundkonstruktion 1) und das ziehen einer Geraden durch die eben gewählten Punkte (Grundkonstruktion 2) zurückgeführt werden.

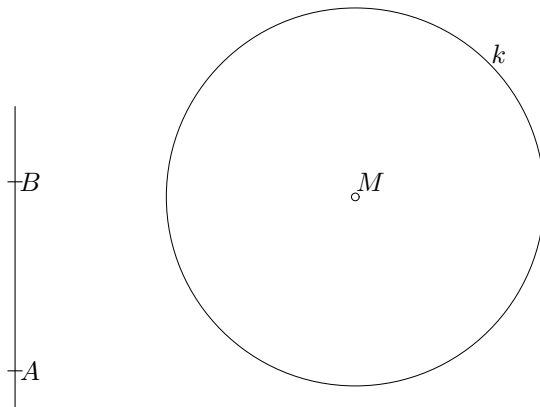
### 2.3 G3: Kreise (Zirkel)

**Gegeben:**  $M = \text{Mittelpunkt}$   
 $\overline{AB} = \text{Radius}$

**Gesucht:** Kreis  $k$  um  $M$  mit Radius  $\overline{AB}$

**Im Bericht:**  $k(M, \overline{AB})$

**Sprich:** "Zeichne einen Kreis um einen gegebenen Punkt durch einen zweiten gegebenen Punkt."



**Bemerkung**  $k(M, \overline{AB}) = k(M, \overline{BA})$ .

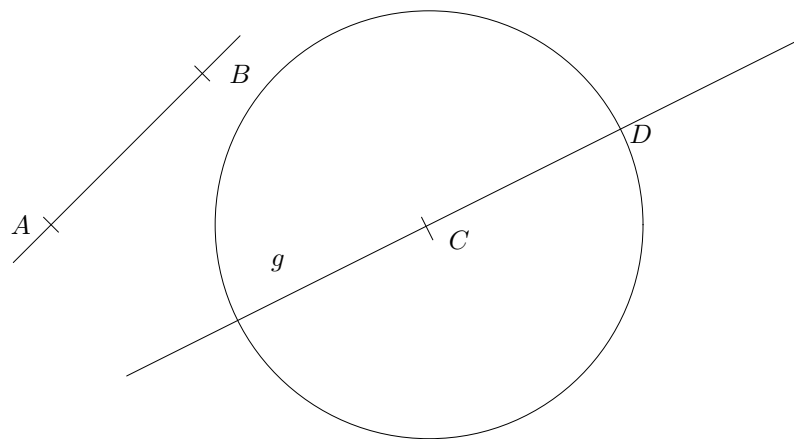
In einigen Lehrbüchern sind die Voraussetzungen für das Zeichnen von Kreisen etwas anders. Dort ist der Mittelpunkt  $M$  und ein weiterer Punkt  $P$  gegeben. Gesucht ist dann ein Kreis mit Mittelpunkt  $M$ , dessen Kreislinie (oder Peripherie) durch den Punkt  $P$  geht. Aus jener Voraussetzung kann unsere obige Grundkonstruktion G3 auch gewonnen werden. Das geht z. B. mit Hilfe eines Parallelogrammes, denn das Lot (vgl. 3.5 auf Seite 10) kommt mit der Konstruktion  $k(A, \overline{AB})$  aus.

### 3 Abgeleitete Konstruktionen

Die nun folgenden abgeleiteten Konstruktionen werden wir beim Konstruieren so häufig verwenden, dass sie alle einen eigenen Namen bekommen. Wir dürfen dann jede der **in diesem Kapitel** abgeleiteten Konstruktionen auch in unseren Konstruktionsberichten verwenden und müssen nicht immer die Grundkonstruktionen verwenden.

#### 3.1 A1: Strecken übertragen

**Gegeben:** Strecke  $\overline{AB}$   
Gerade  $g$   
**Gesucht:** Strecke der Länge  $\overline{AB}$  auf  $g$   
**Im Bericht:**  $\overline{AB}$  auf  $g$  übertragen  
**Sprich:** "Übertrage die Strecke  $\overline{AB}$  auf  $g$ ."



Im Gegensatz zu den Grundkonstruktionen haben die abgeleiteten Konstruktionen einen Konstruktionsbericht.

**Konstruktionsbericht zu A1:**

1.  $C$  auf  $g$  wählen (G1)
2.  $k(C, \overline{AB})$  (G3)
3.  $D := k \cap g$  (G1)

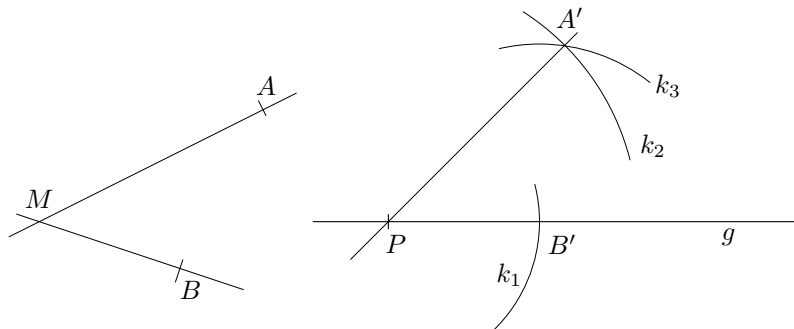
**Bemerkung** Die Schritte zwei und drei können zusammengefasst werden:

**Konstruktionsbericht zu A1:**

1.  $C$  auf  $g$  wählen (G1)
2.  $k(C, \overline{AB}) \rightarrow D$  (G3, G1)

### 3.2 A2: Winkel übertragen

- Gegeben:**  $\sphericalangle AMB$   
Gerade  $g$   
Punkt  $P$  auf  $g$
- Gesucht:** Gleich großer Winkel mit Zentrum  $P$  und einem Schenkel auf  $g$
- Im Bericht:**  $\sphericalangle AMB$  auf  $g$  in  $P$  übertragen
- Sprich:** "Übertrage den Winkel  $AMB$  im Punkt  $P$  auf die Gerade  $g$ ."



#### Konstruktionsbericht zu A2:

1.  $k_1(P, \overline{MB}) \rightarrow B'$  (G3, G1)
2.  $k_2(P, \overline{AM})$  (G3)
3.  $k_3(B', \overline{AB}) \rightarrow A', A''$  (G3, G1)
4.  $h := PA'$  bzw.  $h' := PA''$  (G2)

**Bemerkung** die Aufgabe hat zwei Lösungen:  $A'PB'$  und  $A''PB'$ . In der obigen Zeichnung ist wegen der Übersichtlichkeit nur eine Lösung abgebildet.

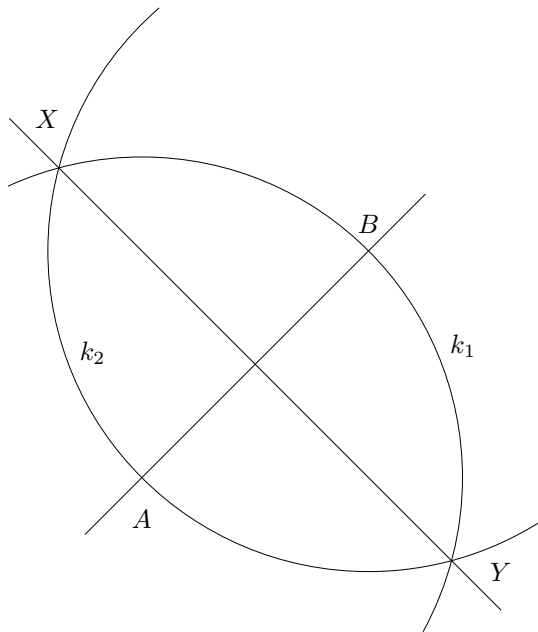
### 3.3 A3: Die Mittelsenkrechte (MSR)

**Gegeben:**  $\overline{AB}$  = zu halbierende Strecke

**Gesucht:** Gerade  $m$  die  
a)  $\overline{AB}$  halbiert und  
b) senkrecht auf  $AB$  steht

**Im Bericht:**  $m := \text{MSR auf } \overline{AB}$

**Sprich:** "Konstruiere die Mittelsenkrechte auf die Strecke  $\overline{AB}$ ."



**Konstruktionsbericht zu A3:**

1.  $k_1(A, \overline{AB})$  (G3)
2.  $k_2(B, \overline{AB}) \rightarrow X, Y$  (G3, G1)
3.  $m := XY$  (G2)



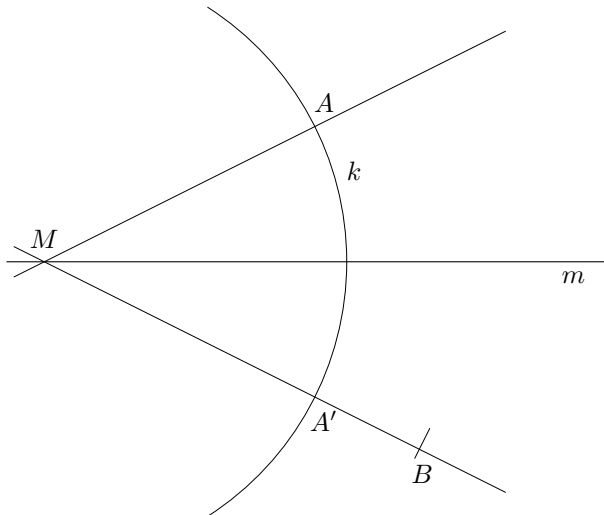
### 3.4 A4: Die Winkelhalbierende

**Gegeben:**  $\sphericalangle AMB$

**Gesucht:** Gerade, die  $AMB$  halbiert

**Im Bericht:**  $m :=$  Winkelhalbierende zu  $AMB$

**Sprich:** "Konstruiere die Winkelhalbierende zum Winkel  $AMB$ ."



#### Konstruktionsbericht zu A4:

- |   |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"><li>1. <math>k(M, \overline{MA}) \rightarrow A'</math> (G3, G1)</li><li>2. <math>m :=</math> MSR auf <math>\overline{AA'}</math> (A3)</li></ol> |
|---|

**Bemerkung** In diesem Konstruktionsbericht wird zum ersten mal gezeigt, wie bereits durchgeführte abgeleitete Konstruktionen eingesetzt werden. Die Winkelhalbierende kann einfacher und auch genauer durchgeführt werden; dann ist der Konstruktionsbericht aber nicht mehr so elegant.

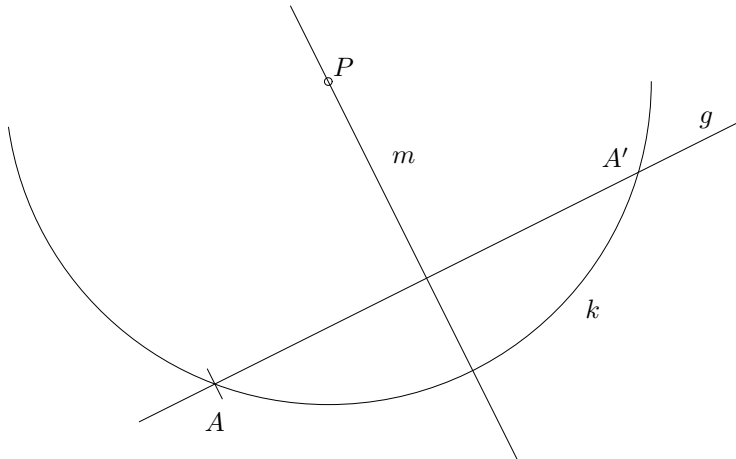
### 3.5 A5: Lot

**Gegeben:** Gerade  $g$   
Punkt  $P$

**Gesucht:** Gerade durch  $P$ , die  $g$  senkrecht schneidet

**Im Bericht:**  $m :=$  Lot auf  $g$  durch  $P$

**Sprich:** "Konstruiere das Lot auf die Gerade  $g$  durch den Punkt  $P$ ."



#### Konstruktionsbericht zu A5:

1.  $A$  auf  $g$  wählen ( $A \neq P$ ) (G1)
2.  $k(P, \overline{PA}) \rightarrow A'$  (G3, G1)
3.  $m :=$  MSR auf  $\overline{AA'}$  (A3)

**Bemerkung** diese Konstruktion funktioniert auch, wenn  $P$  auf  $g$  liegt.  
Die Konstruktion des Lots kann viel genauer mit dem GEO-Dreieck gezeichnet werden.

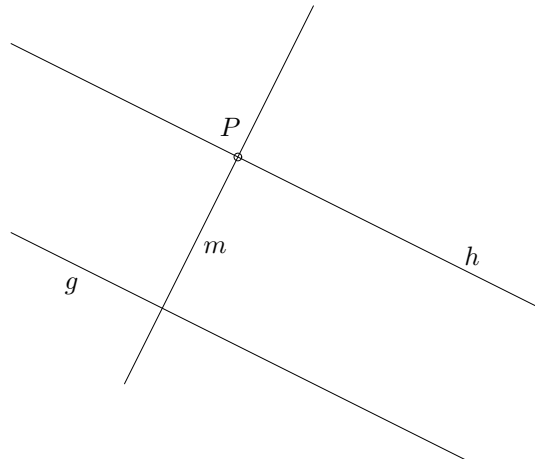
### 3.6 A6: Parallele zu einer Geraden

**Gegeben:** Gerade  $g$   
Punkt  $P$

**Gesucht:** Parallele zu  $g$  durch  $P$

**Im Bericht:**  $h :=$  Parallele zu  $g$  durch  $P$

**Sprich:** "Konstruiere die Parallele zur Geraden  $g$  durch den Punkt  $P$ ."



#### Konstruktionsbericht zu A6:

1.  $m :=$  Lot auf  $g$  durch  $P$  (A5)
2.  $h :=$  Lot auf  $m$  durch  $P$  (A5)

**Bemerkung** Die Parallele zu einer Geraden durch eine Punkt, darf wie das Lot mit dem GEO-Dreieck gezeichnet werden.

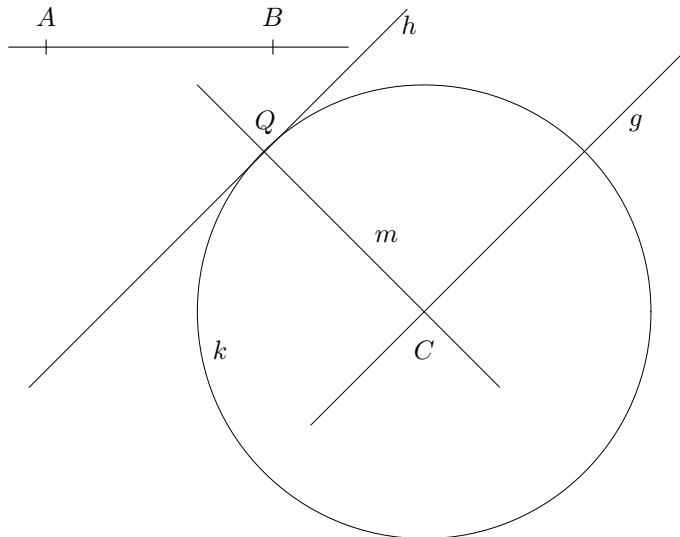
### 3.7 A7: Parallele zu einer Geraden im Abstand einer Strecke

**Gegeben:** Gerade  $g$   
Strecke  $\overline{AB}$

**Gesucht:** Parallele zu  $g$  im Abstand von  $\overline{AB}$

**Im Bericht:**  $h :=$  Parallele zu  $g$  im Abstand von  $\overline{AB}$

**Sprich:** "Konstruiere die Parallele zur Geraden  $g$  im Abstand der Strecke  $\overline{AB}$ ."



#### Konstruktionsbericht zu A7:

1. wähle  $C$  auf  $g$  (G1)
2.  $k(C, \overline{AB})$  (G3)
3.  $m :=$  Lot zu  $g$  durch  $C$  (A5)
4.  $Q(Q') := m \cap k$  (G1)
5.  $h :=$  Parallele zu  $g$  durch  $Q$  (A6)

**Bemerkung** Die Aufgabe hat zwei Lösungen. Falls die Strecke  $\overline{AB}$  als Länge gegeben ist (z. B.:  $\overline{AB} = 3\text{cm}$ ), so kann diese Konstruktion direkt mit dem GEO-Dreieck durchgeführt werden.

## 4 Beispiele und Anwendungen

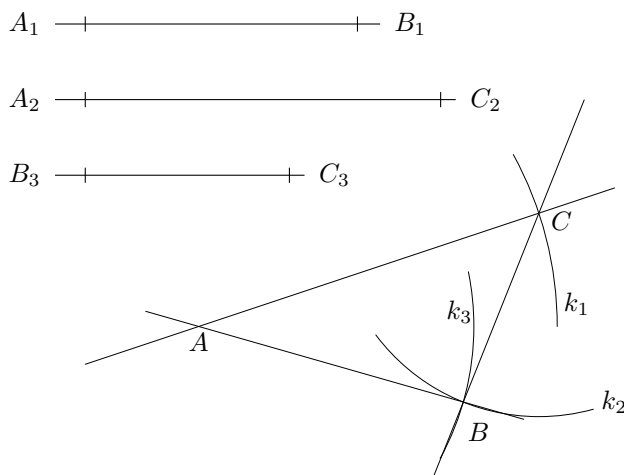
**Bemerkung** Der Term “Im Bericht” kommt in den Beispielen nicht mehr vor. Diese Beispiele dürfen nicht als einzelne Konstruktionsschritte verwendet werden.

### 4.1 B1: Dreieck aus drei gegebenen Seiten

**Gegeben:** Strecken  $\overline{A_1B_1}$ ,  $\overline{A_2C_2}$  und  $\overline{B_3C_3}$

**Gesucht:** Dreieck  $ABC$  mit den gegebenen Seiten

**Sprich:** “Konstruiere ein Dreieck aus drei gegebenen Seiten.”

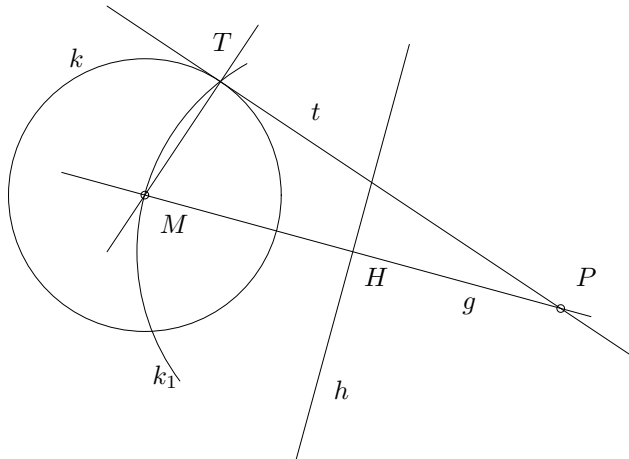


**Konstruktionsbericht zu B1:**

1. wähle  $A$  (G1)
2.  $k_1(A, \overline{A_2C_2})$  (G3)
3.  $C$  auf  $k_1$  wählen (G1)
4.  $k_2(C, \overline{B_3C_3})$  (G3)
5.  $k_3(A, \overline{A_1B_1}) \rightarrow B, B'$  (G3, G1)
- 6./7./8.  $AB, BC$  und  $AC$  verbinden ( $3 \times$  G2)

## 4.2 B2: Tangente an einen Kreis

- Gegeben:** Kreis  $k$  mit Mittelpunkt  $M$   
Punkt  $P$  außerhalb von  $k$
- Gesucht:** Tangente  $t$  an  $k$  durch  $P$
- Sprich:** "Konstruiere die Tangente(n) an  $k$  durch  $P$ ."



### Konstruktionsbericht zu B2:

1.  $g := MP$  (G2)
2.  $h := \text{MSR auf } \overline{MP}$  (A3)
3.  $H := h \cap g$  (G1)
4.  $k_1(H, \overline{MH}) \rightarrow T(T')$  (G3, G1)
5.  $t := PT$  (G2)

**Bemerkung** Diese Aufgabe ist typisch. Es handelt sich nicht um eine abgeleitete Konstruktion, die in eigenen Konstruktionsberichten wieder verwendet werden darf. Selbst das GEO-Dreieck kann diese Konstruktion nicht vereinfachen oder genauer zeichnen. Eine zulässige Abkürzung der Schritte 1 bis 4 ist " $k_1 := \text{Thaleskreis auf } MP$ ", sofern der "Thaleskreis" im Unterricht bereits eingeführt worden ist. Der Konstruktionsbericht liest sich dann:

### Konstruktionsbericht zu B2:

1.  $k_1 := \text{Thaleskreis auf } \overline{MP} \rightarrow T(T')$  (G3, G1)
2.  $t := PT$  (G2)

**Bemerkung** Die Aufgabe hat zwei Lösungen.